

INDEX

SR. NO.	TOPICS	PAGE NO.
1.	NUMBER SYSTEM	1-33
2.	HCF - LCM	34-47
3.	SIMPLIFICATION	48-83
4.	AVERAGE	84-127
5.	RATIO & PROPORTION	128-175
6.	MIXTURE & ALLIGATION	176-182
7.	PERCENTAGE	183-224
8.	PROFIT & LOSS	225-278
9.	DISCOUNT	279-309
10.	SIMPLE INTEREST	310-330
11.	COMPOUND INTEREST	331-366
12.	WORK AND TIME	367-412
13.	PIPE & CISTERN	413-428
14.	SPEED AND DISTANCE	429-473
15.	BOAT & STREAM	474-481
16.	MENSURATION	482-576
17.	GEOMETRY	577-693
18.	ALGEBRA	694-756
19.	TRIGONOMETRY	757-816
20.	HEIGHT & DISTANCE	817-827
21.	COORDINATE GEOMETRY	828-831
22.	DATA INTERPRETATION	832-1018
23.	MEAN, MEDIAN & MODE	1019-1027

Basics of Number System / संख्या पद्धति की मूल बातें

1) Face Value/ अंकित मूल्य:

It is nothing but the number itself about which it has been asked.

यह कुछ भी नहीं है, बल्कि वही संख्या है जिसके बारे में पूछा गया है।

Example: In the number 23576

Face value of 5 is 5 and face value of 7 is 7.

2) Place Value/ स्थान मूल्य: The place value of a number depends on its position in the number. Each position has a value 10 times the places to its right.

किसी संख्या का स्थान मूल्य, संख्या में उसकी स्थिति पर निर्भर करता है। प्रत्येक स्थान का मूल्य उसके दाएं तरफ की जगहों का 10 गुना होता है।

Example: In the number 23576

Place value of 5 is 500 and place value of 3 is 3000.

Types of Numbers/ संख्याओं के प्रकार

1) Natural Numbers / प्राकृतिक संख्या (N) :

All positive counting numbers. (0 is not included in it.)

सभी धनात्मक गणना संख्याएं (0 इसमें शामिल नहीं है।)

Examples: 1, 2, 3, 4... etc.

2) Whole Numbers / पूर्ण संख्या (W):

All non- negative numbers are all whole numbers.

सभी धनात्मक संख्याएं तथा 0 पूर्ण संख्याएं हैं।

Examples: 0, 1, 2, 3, 4... etc.

3) Integer Numbers/ पूर्णांक संख्या (I):

All negative numbers and positive numbers. Positive numbers are called positive

integers and negative numbers are called negative integers.

सभी धनात्मक संख्याएं और ऋणात्मक संख्याएं। धनात्मक संख्या को धनात्मक पूर्णांक कहा जाता है तथा ऋणात्मक संख्या को ऋणात्मक पूर्णांक कहा जाता है।

$I = \dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

4) Even Numbers/ सम संख्या:

2, 4, 6, 8, 10..... [Divisible by 2 completely]

5) Odd Numbers/ विषम संख्या: 1,

3, 5, 7, 9, 11..... [Not divisible by 2 completely]

Divisibility Test / विभाज्यता के नियम

By 2:- When last digit is 0 or an even number/जब अंतिम अंक 0 या एक सम संख्या है।

eg: 520, 588

By 3:- Sum of digits is divisible by 3/अंकों का योग 3 से भाज्य है।

eg: 1971, 1974

By 4:- When last two digits are divisible by 4 or, they are zeros/जब अंतिम दो अंक 4 से भाज्य हो या, वे शून्य हैं।

eg: 1528, 1700

By 5: When last digit is 0 or 5/ जब अंतिम अंक 0 या 5 हो।

eg: 1725, 1790

By 6:- When the number is divisible by 2 and 3 both/ जब संख्या 2 और 3 दोनों से भाज्य हो।

eg: 36, 72

By 8:- When last three digit is divisible by 8/ जब अंतिम तीन अंक 8 से विभाज्य हो।

eg: 2256

By 9:- When sum of digit is divisible by 9/अंकों का योग 9 से भाज्य है।

eg: 9216

By 10:- When last digit is 0/जब अंतिम अंक 0 है।

eg: 452600

By 11:- When sum of odd and even place digits difference is 0 or divisible by 11/ जब सम और विषम

स्थान के अंकों के योग का अंतर 0 हो या 11 से भाज्य हो।

eg: 217382

Sum of odd place digits = $2+7+8 = 17$

Sum of even place digits = $1+3+2 = 6$

$17 - 6 = 11$, hence 217382 is divisible by 11.

Important Formulas / महत्वपूर्ण सूत्र

1. Sum of first n natural numbers = $\frac{n(n+1)}{2}$

पहली n प्राकृतिक संख्या का योग = $\frac{n(n+1)}{2}$

2. Sum of first n odd numbers = n^2

पहली n विषम संख्या का योग = n^2

3. Sum of first n even numbers = $n(n+1)$

पहली n सम संख्या का योग = $n(n+1)$

4. Sum of square of first n natural numbers = $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

पहली n प्राकृतिक संख्याओं के वर्ग का योग = $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

5. Sum of cubes of first n natural number = $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$
पहली n प्राकृतिक संख्याओं के घन का योग = $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

6. $(x^m - a^m)$ is divisible by $(x - a)$ for all values of m.
 $(x^m - a^m)$, m के सभी मूल्यों के लिए $(x - a)$ से भाज्य है।

7. $(x^m - a^m)$ is divisible by $(x + a)$ for even values of m.
 $(x^m - a^m)$, m के सम मूल्यों के लिए $(x + a)$ से भाज्य है।

8. $(x^m + a^m)$ is divisible by $(x + a)$ for odd values of m.
 $(x^m + a^m)$, m के विषम मूल्यों के लिए $(x + a)$ से भाज्य है।

9. Number of prime factors of a^p, b^q, c^r, d^s is $p + q + r + s$ when a, b, c, d are all prime numbers.

a^p, b^q, c^r, d^s के अभाज्य गुणनखंडों की संख्या $p + q + r + s$ होगी, जब a, b, c, d अभाज्य हैं।

Number of Zeros in an expression / किसी व्यंजक में शून्य की संख्या

We shall understand this concept with the help of an example. / हम एक उदाहरण की सहायता से इस विचार को समझेंगे।

Let's find the number of zeros in the following expression: / निम्नलिखित व्यंजक में शून्य की संख्या ढूँढते हैं:

$$24 \times 32 \times 17 \times 23 \times 19 = (2^3 \times 3^1) \times 2^5 \times 17 \times 23 \times 19$$

Notice that a zero is made only when there is a combination of 2 and 5. Since there is no '5' here

there will be no zero in the above expression. / एक शून्य तब बनता है जब 2 और 5 के संयोजन होते हैं। चूंकि कोई '5' नहीं है इसलिए उपरोक्त व्यंजक में कोई शून्य नहीं होगा।

Example:

$$8 \times 15 \times 23 \times 17 \times 25 \times 22 = 2^3 \times (3^1 \times 5^1) \times 23 \times 17 \times 5^2 \times 2^1 \times 11$$

In this expression there are 4 twos and 3 fives. From this 3 pairs of 5×2 can be formed. Therefore, there will be 3 zeros in the final product.

इस व्यंजक में चार 2 तथा तीन 5 हैं। इससे 3 जोड़े 5×2 का गठन किया जा सकता है। इसलिए अंतिम गुणनफल में 3 शून्य होंगे।

Q. Find the number of zeros in the value of:

$$2^2 \times 5^4 \times 4^6 \times 10^8 \times 6^{10} \times 15^{12} \times 8^{14} \times 20^{16} \times 10^{18} \times 25^{20} \dots$$

$2^2 \times 5^4 \times 4^6 \times 10^8 \times 6^{10} \times 15^{12} \times 8^{14} \times 20^{16} \times 10^{18} \times 25^{20}$ के गुणनफल में शून्य की संख्या खोजें:

Ans.

$$2^2 \times 5^4 \times 4^6 \times 10^8 \times 6^{10} \times 15^{12} \times 8^{14} \times 20^{16} \times 10^{18} \times 25^{20} = 2^2 \times 5^4 \times 2^{12} \times 2^8 \times 5^8 \times 2^{10} \times 3^{10} \times 3^{12} \times 5^{12} \times 2^{42} \times 2^{32} \times 5^{16} \times 2^{18} \times 5^{18} \times 5^{40}$$

Zeros are possible with a combination of 2×5 . / शून्य 2×5 के संयोजन के साथ संभव है।

Here number of 5's are less so number of zeros will be limited to the number of 5's.

यहां 5 की संख्या कम है इसलिए 0 की संख्या 5 की संख्या तक सीमित होगी।

In this expression number of fives are: / इस व्यंजक में 5 की संख्या है:

$$5^4 \times 5^8 \times 5^{12} \times 5^{16} \times 5^{18} \times 5^{40}; \text{ i.e. } 4+8+12+16+18+40 = 98$$

Remainder Theorem / शेषफल प्रमेय

Q. What will be the remainder when 17×23 is divided by 12?

17×23 को 12 से विभाजित करते समय शेषफल क्या होगा?

Ans. We can write: / हम लिख सकते हैं:

$$17 \times 23 = (12 + 5) \times (12 + 11) = 12 \times 12 + 12 \times 11 + 5 \times 12 + 11 \times 5$$

In the above expression we will find that remainder will depend on the last term i.e. 11×5

उपरोक्त व्यंजक में हम पाएंगे कि शेष अंतिम टर्म पर निर्भर करेगा, जो है 11×5

$$\text{Now, } \text{rem} \left(\frac{11 \times 5}{12} \right) = 7.$$

So, $\frac{12 \times 12 + 12 \times 11 + 5 \times 12 + 11 \times 5}{12}$ and $\frac{11 \times 5}{12}$ remainder is same in both cases which is 7.

शेषफल दोनों ही स्थिति में 7 ही है।

Example: Remainder when $1421 \times 1423 \times 1425$ is divided by 12?

शेषफल जब $1421 \times 1423 \times 1425$ को 12 से विभाजित किया जाता है?

$$\text{rem} \left(\frac{1421 \times 1423 \times 1425}{12} \right) = \text{rem} \left(\frac{5 \times 7 \times 9}{12} \right) = \text{rem} \left(\frac{35 \times 9}{12} \right) = \text{rem} \left(\frac{11 \times 9}{12} \right) = 3$$

Negative Remainder / ऋणात्मक शेषफल

Taking negative remainder will make our calculation easier. / ऋणात्मक शेषफल हमारी गणना को आसान बना देगा।

Examples/ उदाहरण:

i)
 $\text{rem} \left(\frac{7 \times 8}{9} \right) = \text{rem} \left(\frac{-2 \times -1}{9} \right) = -2 \times -1 = 2$

ii)
 $\text{rem} \left(\frac{55 \times 56}{57} \right) = \text{rem} \left(\frac{-2 \times -1}{57} \right) = -2 \times -1 = 2$

iii)
 $rem\left(\frac{7 \times 10}{9}\right) = rem\left(\frac{-2 \times 1}{9}\right) = -2 \times 1$
 $= -2$ or, 7

Large Power Concepts

Look at the following examples: / निम्नलिखित उदाहरण देखें:

i) $rem\left(\frac{28^{12345}}{9}\right) = rem\left(\frac{(27+1)^{12345}}{9}\right) = rem\left(\frac{1^{12345}}{9}\right) = 1^{12345} = 1$

ii) $rem\left(\frac{26^{12345}}{9}\right) = rem\left(\frac{(27-1)^{12345}}{9}\right) = rem\left(\frac{-1^{12345}}{9}\right) = -1^{12345} = -1$ or, 8

Application of Remainder Theorem / शेषफल प्रमेय के उपयोग

Find the last two digits of the expression / व्यंजक के अंतिम दो अंक ढूँढें:

$$22 \times 31 \times 44 \times 27 \times 37 \times 43$$

If we divide the above expression by 100, we will get the last two digits as remainder.

यदि हम उपरोक्त व्यंजक को 100 से विभाजित करते हैं, तो हम अंतिम दो अंक शेष के रूप में प्राप्त करेंगे।

$$\Rightarrow rem\left(\frac{22 \times 31 \times 44 \times 27 \times 37 \times 43}{100}\right),$$

dividing by 4 to make it simple / सरल बनाने के लिए 4 से विभाजित करें:

$$= rem\left(\frac{22 \times 31 \times 11 \times 27 \times 37 \times 43}{25}\right) = rem\left(\frac{132 \times 22 \times 216}{25}\right) = rem\left(\frac{7 \times 22 \times 16}{25}\right) = rem\left(\frac{4 \times 16}{25}\right) = rem\left(\frac{14}{25}\right) = 14$$

Since we had divided by 4 initially now to get the correct answer, we need to multiply the remainder by 4.

चूंकि हमने 4 से विभाजित किया था इसलिए हमें 4 से शेष को गुणा करना होगा।

So remainder will be, / तो शेषफल होगा,

$14 \times 4 = 56$, which will also be the last two digits of the expression. / जो व्यंजक के अंतिम दो अंक भी होंगे।

Varieties Questions

Q1. If a nine-digit number 985x3678y is divisible by 72, then the value of (4x - 3y) is :

यदि 9 अंकों की संख्या 985x3678y 72 से विभाजित है, तो (4x-3y) का मान ज्ञात करें।

SSC CGL 4 June 2019 (Morning)

- (a) 5
- (b) 4
- (c) 6
- (d) 3

Q2. If a 11 digit number 5y5884805x6 is divisible by 72, where x = y, then the value of \sqrt{xy} is :

यदि 11 अंकों की एक संख्या 5y5884805x6 है जिसमें x = y और यह 72 से विभाजित है, तो \sqrt{xy} का मान ज्ञात करें।

SSC CGL 10 June 2019 (Morning)

- (a) $\sqrt{7}$
- (b) 3
- (c) 7
- (d) $2\sqrt{7}$

Q3. If a 10 digit number 2094x843y2 is divisible by 88, then the value of (5x - 7y) for the largest possible value of x, is :

यदि 10 अंकों की एक संख्या 2094x843y2, 88 से विभाजित है, तो x का सबसे बड़ा संभव मान लेते हुए (5x - 7y) का मान ज्ञात करें।

SSC CGL 6 June 2019 (Evening)

- (a) 3
- (b) 5

- (c) 2
- (d) 6

Q4. What is the least value of x such that 517x324 is divisible by 12?

X का वह सबसे छोटा मान ज्ञात करें ताकि 517x324 12 से विभाजित हो जाए ?

SSC CGL 11 June 2019 (Morning)

- (a) 3
- (b) 1
- (c) 0
- (d) 2

Q5. When an integer n is divided by 8, the remainder is 3. What will be the remainder if 6n-1 is divided by 8?

जब पूर्णांक n को 8 से विभाजित किया जाता है, तो शेषफल 3 आता है। शेषफल क्या होगा जब 6n-1 को 8 से विभाजित किया जाता है ?

SSC CGL 13 June 2019 (Evening)

- (a) 4
- (b) 1
- (c) 0
- (d) 2

Q6. If a nine-digit number 43x1145y2 is divisible by 88, then the value of (3x-2y), for the smallest value of y, is:

यदि नौ अंकों की एक संख्या 43x1145y2 88 से विभाजित है, तो y के सबसे छोटे मान के लिए (3x - 2y) का मान ज्ञात करें।

SSC CHSL 1 July 2019 (Evening)

- (a) 22
- (b) 18
- (c) 20
- (d) 9

Q7. If the eight-digit number 342x18y6 is divisible by 72, then what is the value of $\sqrt{9x+y}$, for the largest value of y ?